SỞ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
NAM ĐỊNH

ĐỀ CHÍNH THỨC

ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II
NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn: Toán – lớp 12
(Thời gian làm bài: 180 phút)

Câu 1*(1,0 điểm).* Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 2 *(1,0 điểm)*. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x-\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $\left[-1;1\right]$.

Câu 3 *(1,0 điểm)*.

a) Cho số phức z thỏa mãn $\left(1-3i\right)z+1+i=5-i$. Tính môđun của z.

b) Giải phương trình $\log_2\left(x-1\right)+\log_2 x=1$.

Câu 4 *(1,0 điểm).* Tính tích phân $I=\int\limits_0^1\left(2+x^3+x.e^x\right)\mathrm{d}x.$

Câu 5 *(1,0 điểm).* Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-1;0\right)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Lập phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d. Tìm tọa độ điểm B thuộc trục Ox sao cho khoảng cách từ B đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{14}$.

Câu 6 *(1,0 điểm)*.

a) Tính giá trị của biểu thức $P=\left(1+3\sin^2 x\right)\left(1+4\cos^2 x\right)$, biết $\cos 2x=-\dfrac{2}{3}$.

b) Trong đợt kiểm tra chất lượng sản xuất sản phẩm tiêu dùng, một đoàn thanh tra lấy ngẫu nhiên 5 sản phẩm từ một lô hàng của một công ty để kiểm tra. Tính xác suất để đoàn thanh tra lấy được đúng 2 phế phẩm. Biết rằng trong lô hàng đó có 100 sản phẩm, trong đó có 95 chính phẩm và 5 phế phẩm.

Câu 7 *(1,0 điểm).* Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB vuông cân tại đỉnh S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC theo a.

Câu 8 *(1,0 điểm)*. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ có diện tích bằng 18. Gọi E là trung điểm cạnh BC. Đường tròn ngoại tiếp tam giác CDE cắt đường chéo AC tại G, (G không trùng với C). Biết $E\left(1;-1\right)$, $G\left(\dfrac{2}{5};\dfrac{4}{5}\right)$ và điểm D thuộc đường thẳng $d:x+y-6=0$. Tìm tọa độ các điểm A,B,C,D.

Câu 9 *(1,0 điểm)*. Giải hệ phương trình $\begin{cases}\sqrt{2x^2+6xy+17y^2}+\sqrt{17x^2+6xy+2y^2}=5\left(x+y\right)\\\left(x^2+1\right)\left(\sqrt{x+2}-2y\right)+\left(6y+11\right)\sqrt{x+2}=x^2\end{cases}\left(x;y\in\mathbb{R}\right).$

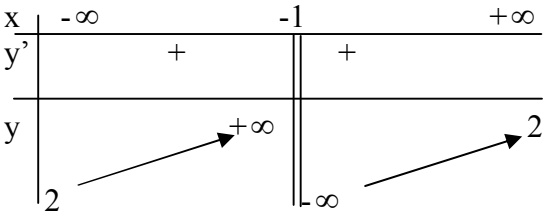
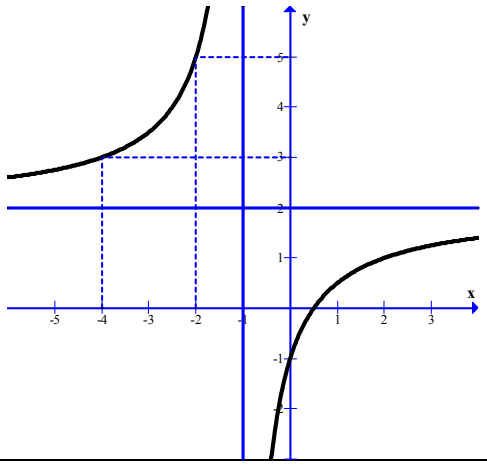
Câu 10 *(1,0 điểm).* Xét x,y,z là các số thực dương thỏa mãn $xy+xz+1=x$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(xy+xz+2\right)\left(1+\dfrac{1}{y}\right)\left(1-\dfrac{4}{3z}\right).$

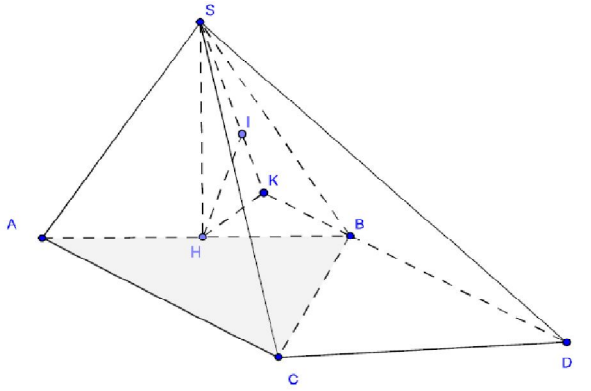
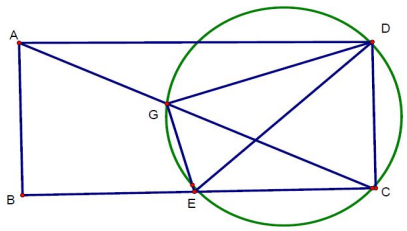
HẾT

Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.
Họ và tên thí sinh: …… Số báo danh: ……

HƯỚNG DẪN CHẤM
ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG HỌC KỲ II NĂM HỌC 2015 – 2016
Môn: Toán – lớp 12

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1	Khảo sát sự biến thiên và….	**1 điểm**
	• TXĐ: D = R\{ - 1} • Giới hạn và tiệm cận $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} y = 2$; tiệm cận ngang y=2 $\lim\limits_{x\to(-1)^-} y = +\infty;\ \lim\limits_{x\to(-1)^+} y = -\infty$; tiệm cận đứng x=-1	0,25
	• Đạo hàm: Ta có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0 \quad \forall x \neq -1$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ Hàm số không có cực trị	0,25
	• BBT:  	0,25
	• Đồ thị:  	0,25
Câu 2	Tìm giá trị lớn nhất và giá trị…	**1 điểm**
	Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$	0.25
	Ta có $f'(x) = 1 + \dfrac{2}{\sqrt{5-4x}} > 0 \forall x \in (-1;1)$	0.25
	Do $f(-1) = -4;\ f(1) = 0$	0.25
	Vậy $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = 0$, xảy ra khi $x = 1$; $\min\limits_{[-1;1]} f(x) = -4$, xảy ra khi $x = -1$.	0.25
Câu 3a	Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + i = 5 - i$. Tính môđun của z.	**0,5 điểm**
	Ta có $(1-3i)z + 1 + i = 5 - i \Leftrightarrow z = \dfrac{4-2i}{1-3i} = 1 + i$	0,25
	Suy ra $\lvert z\rvert = \sqrt{2}$.	0,25

Câu 3b	Giải phương trình $\log_2(x-1)+\log_2 x=1$.	**0,5 điểm**
	ĐKXĐ $x>1$. PT đã cho $\Leftrightarrow \log_2\left[x(x-1)\right]=1\Leftrightarrow x(x-1)=2\Leftrightarrow x^2-x-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$	0,25
	Đối chiếu ĐK ta có $x=2$ là nghiệm duy nhất của PT đã cho.	0,25
Câu 4	Tính tích phân….	**1 điểm**
	Ta có $I=\int\limits_0^1\left(2+x^3+x.e^x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(2+x^3\right)dx+\int\limits_0^1 xe^x dx$	0,25
	• $\int\limits_0^1\left(2+x^3\right)dx=\left(2x+\dfrac{x^4}{4}\right)\Big\|_0^1=\dfrac{9}{4}$.	0,25
	• $\int\limits_0^1 xe^x dx=\int\limits_0^1 xde^x=\left(x.e^x\right)\Big\|_0^1-\int\limits_0^1 e^x dx=e-\left(e^x\right)\Big\|_0^1=1$	0,25
	Vậy $I=\dfrac{13}{4}$.	0,25
Câu 5	Trong không gian tọa độ $Oxyz$,….	**1 điểm**
	Đường thẳng d có VTCP là $\vec{u}(2;1;-3)$. Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (*P*), nên mặt phẳng (*P*) nhận $\vec{u}(2;1;-3)$ làm VPPT.	0,25
	Mà mặt phẳng (*P*) đi qua điểm $A(1;-1;0)$, do đó mặt phẳng (*P*) có phương trình: $2(x-1)+1(y+1)-3(z-0)=0\Leftrightarrow (P):2x+y-3z-1=0$.	0,25
	Do $B\in Ox\Rightarrow B(a;0;0)$, ta có: $d\left(B;(P)\right)=\dfrac{\left\|2a-1\right\|}{\sqrt{14}}$. Suy ra $d\left(B;(P)\right)=\sqrt{14}\Leftrightarrow\dfrac{\left\|2a-1\right\|}{\sqrt{14}}=\sqrt{14}\Leftrightarrow\left\|2a-1\right\|=14\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\dfrac{15}{2}\\a=\dfrac{-13}{2}\end{array}\right.$.	0,25
	Vậy $B\left(\dfrac{15}{2};0;0\right)$, hoặc $B\left(\dfrac{-13}{2};0;0\right)$	0,25
Câu 6a	Tính giá trị của biểu thức $P=\left(1+3\sin^2 x\right)\left(1+4\cos^2 x\right)$, biết $\cos 2x=-\dfrac{2}{3}$.	**0,5 điểm**
	Ta có $P=\left(1+3\sin^2 x\right)\left(1+4\cos^2 x\right)=\left(1+3.\dfrac{1-\cos 2x}{2}\right)\left(1+4.\dfrac{1+\cos 2x}{2}\right)$	0,25
	$=\dfrac{(5-3\cos 2x)(3+2\cos 2x)}{2}=\dfrac{35}{6}$.	0,25
Câu 6b	Trong đợt kiểm tra chất lượng sản xuất…	**0,5 điểm**
	Không gian mẫu của phép thử là Ω có $n(\Omega)=C_{100}^5$. Gọi A là biến cố "đoàn thanh tra lấy được đúng 2 phế phẩm" Số cách lấy được 5 sản phẩm trong đó có đúng 2 phế phẩm là $C_{95}^3.C_5^2$ cách. Suy ra $n(A)=C_{95}^3.C_5^2$.	0,25
	$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}\approx 0,0183$. (*Lưu ý :Thí sinh lấy kết quả xấp xỉ 0,02 cũng cho điểm tối đa*)	0,25

Câu 7	Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều….	**1 điểm**
	 Gọi H là trung điểm của AB $\Rightarrow SH \perp AB$ mà $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$ Do ΔSAB vuông cân tại S $\Rightarrow SH = \frac{AB}{2} = \frac{a}{2}$.	0,25
	Mà ΔABC đều $\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Do đó: $V_{SABC} = \frac{1}{3}SA.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$ (đvdt).	0,25
	Dựng hình bình hành ABDC , ta có $AC \parallel (SBD) \Rightarrow d(AC,SB) = d(AC;(SBD)) = d(A;(SBD)) = 2d(H;(SBD))$	0,25
	Kẻ $HK \perp BD$ tại K và $HI \perp SK$ tại I. Ta có $BD \perp (SHK) \Rightarrow BD \perp HI$, do đó $HI \perp (SBD) \Rightarrow d(H;(SBD)) = HI$ Xét tam giác vuông BHK có $\widehat{HBK} = 60^0 \Rightarrow HK = HB.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$ Xét tam giác vuông SHK, ta có $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HI = \frac{a}{2}\sqrt{\frac{3}{7}}$ Vậy $d(AC,SB) = 2HI = a\sqrt{\frac{3}{7}}$.	0,25
Câu 8	Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho hình chữ nhật $ABCD$ ….	**1 điểm**
	Do tứ giác $CDGE$ nội tiếp $\Rightarrow DG \perp GE$, Do $D \in d \Rightarrow D(t;6-t)$ Ta có $\overrightarrow{EG}\left(-\frac{3}{5};\frac{9}{5}\right); \overrightarrow{DG}\left(t-\frac{2}{5};\frac{26}{5}-t\right)$ do $\overrightarrow{EG}.\overrightarrow{DG} = 0 \Leftrightarrow t = 4 \Rightarrow D(4;2)$. 	0,25
	Suy ra $DE = 3\sqrt{2}$, $DE: x-y-2=0$ Gọi $C(a;b)$, do $S_{ABCD} = 18 \Rightarrow S_{CDE} = \frac{9}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{2}d(C;DE).DE = \frac{9}{2} \Leftrightarrow |a-b-2| = 3$.(1) Mà $\overrightarrow{DC}(a-4;b-2), \overrightarrow{EC}(a-1;b+1)$; do $CD \perp CE \Rightarrow \overrightarrow{DC}.\overrightarrow{EC} = 0 \Leftrightarrow (a-4)(a-1)+(b-2)(b+1) = 0$ (2)	0,25
	Từ (1) và (2) ta có: $\begin{cases} \lvert a-b-2\rvert = 3 \\ a^2-5a+b^2-b+2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=4;b=-1 \\ a=1;b=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} C(4;-1) \\ C(1;2) \end{array}\right.$ Do C và G nằm khác phía với bờ là đường thẳng $DE \Rightarrow C(1;2)$ không thỏa mãn Suy ra $C(4;-1)$ thỏa mãn.	0,25
	Vì M là trung điểm BC nên $B(-2;-1)$. Do $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC} \Rightarrow A(-2;2)$.	0,25

Câu 9	Giải hệ: $\begin{cases}\sqrt{2x^2+6xy+17y^2}+\sqrt{17x^2+6xy+2y^2}=5(x+y) \quad (1)\\ (x^2+1)\left(\sqrt{x+2}-2y\right)+(6y+11)\sqrt{x+2}=x^2 \quad (2)\end{cases}$	**1 điểm**
	ĐKXĐ: $x\ge -2$ Từ (1) $\Rightarrow x+y\ge 0$ và $VT(1)=\sqrt{(x+4y)^2+(x-y)^2}+\sqrt{(4x+y)^2+(x-y)^2}$ $\ge\sqrt{(x+4y)^2}+\sqrt{(4x+y)^2}=\lvert x+4y\rvert+\lvert 4x+y\rvert\ge 5(x+y)$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=y\ge 0$.	0,25
	Thế $x=y$ vào PT (2) ta được $(x^2+1)\left(\sqrt{x+2}-2x\right)+(6x+11)\sqrt{x+2}=x^2$ $(x^2+6x+12)\sqrt{x+2}=2x^3+x^2+2x$ $\Leftrightarrow 2x^3+x(x+2)-\left[x^2+6(x+2)\right]\sqrt{x+2}=0$ $\Leftrightarrow 2x^3+x\left(\sqrt{x+2}\right)^2-x^2\sqrt{x+2}-6\left(\sqrt{x+2}\right)^3=0$ $\Leftrightarrow 2\left(\frac{x}{\sqrt{x+2}}\right)^3-\left(\frac{x}{\sqrt{x+2}}\right)^2+\left(\frac{x}{\sqrt{x+2}}\right)-6=0$ (vì $x\ge 0$)	0,25
	Đặt $t=\frac{x}{\sqrt{x+2}}$, PT trên trở thành $2t^3-t^2+t-6=0\Leftrightarrow(2t-3)(t^2+2t+2)=0\Leftrightarrow t=\frac{3}{2}$	0,25
	$\Rightarrow\frac{x}{\sqrt{x+2}}=\frac{3}{2}\Leftrightarrow 3\sqrt{x+2}=2x\Leftrightarrow 4x^2-9x-18=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{9+\sqrt{369}}{8}(t/m)\\ x=\frac{9-\sqrt{369}}{8}(L)\end{array}\right.$. Với $x=\frac{9+\sqrt{369}}{8}\Rightarrow y=\frac{9+\sqrt{369}}{8}$. Vậy hệ đã cho có nghiệm duy nhất $(x;y)=\left(\frac{9+\sqrt{369}}{8};\frac{9+\sqrt{369}}{8}\right)$.	0,25
Câu 10	Cho x,y,z là các số thực dương thỏa mãn $xy+xz+1=x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(xy+xz+2)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1-\frac{4}{3z}\right)$.	**1 điểm**
	Từ giả thiết đã cho ta có : $P=(1+x)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1-\frac{4}{3z}\right)$ Mà $xy+xz+1=x\Leftrightarrow\frac{1}{x}+y+z=1$. Đặt $\frac{1}{x}=u,(u>0)$ Ta có $u+y+z=1$ và $P=\left(1+\frac{1}{u}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1-\frac{4}{3z}\right)$. Do $u+y+z=1$ suy ra $u,y,z\in(0;1)\Rightarrow\left(1-\frac{4}{3z}\right)<0$.	0,25
	Mà $\left(1+\frac{1}{u}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\ge\left(1+\frac{1}{\sqrt{uy}}\right)^2\ge\left(1+\frac{2}{u+y}\right)^2=\left(1+\frac{2}{1-z}\right)^2$ Suy ra $P=\left(1+\frac{1}{u}\right)\left(1+\frac{1}{y}\right)\left(1-\frac{4}{3z}\right)\le\left(1+\frac{2}{1-z}\right)^2\left(1-\frac{4}{3z}\right)$.	0,25

	Xét hàm số $f(z)=\left(1+\frac{2}{1-z}\right)^2\left(1-\frac{4}{3z}\right)=\frac{(z-3)^2}{(z-1)^2}.\left(\frac{3z-4}{3z}\right)$ với $z\in(0;1)$ Ta có $f'(z)=\frac{4(z-3)(2z-3)(2z-1)}{3(z-1)^3z^2}$, $\Rightarrow f'(z)=0\Leftrightarrow z=\frac{1}{2}$ Lập bảng biến thiên: z | 0 | $\frac{1}{2}$ | 1 $f'(z)$ | + | 0 | - $f(z)$ | ↗ | $-\frac{125}{3}$ | ↘	0,25
	Ta có $P\le f(z)\le-\frac{125}{3}\Rightarrow P\le-\frac{125}{3}$, đẳng thức xảy ra khi $x=4;y=\frac{1}{4};z=\frac{1}{2}$. Vậy $MaxP=-\frac{125}{3}$.	0,25

- Ghi chú: Các cách giải khác với đáp án mà đúng và phù hợp với chương trình, đều cho điểm tương đương.

----------Hết--------